Srinivasa Ramanujan

Giordanni Zoppellaro

Programa Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT
Universidade Federal de Viçosa - Campus Florestal
Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas - IEF
Professor: Fernando Bastos

Introdução

Srinivasa Ramanujan foi um matemático indiano nascido em Erode, uma pequena localidade a 400 quilômetros a sudoeste de Madras, na Índia, em 22 de dezembro de 1887. Seus estudos nunca foram efetivamente publicados; o que existe da sua obra são essencialmente fórmulas e expressões isoladas e rascunhos manuscritos.

Ramanujan não costumava demonstrar suas teorias, mas tinha um talento extraordinário para descobrir misteriosas relações entre diferentes números, expressas em fórmulas extremamente complicadas das quais ninguém suspeitara antes. Ramanujan quase nunca conseguia explicar como chegara até elas e atribuía suas intuições à inspiração divina da deusa Mahalakshmi, protetora de sua família. Algumas de suas fórmulas estavam erradas, e outras foram demonstradas anos mais tarde pelo trabalho de outros matemáticos, especialmente do francês Pierre Deligne, que ganhou a medalha Fields em 1978 —em parte, por ter provado a chamada Conjectura de Ramanujan.

Morreu por complicações de saúde em decorrência de uma tuberculose em 26 de abril 1920, na cidade de Kumbakonam, na Índia. Sua história é relatada no filme intitulado “The Man Who Knew Infinity”(“O homem que viu o infinito”), de 2015, que por sua vez é baseado em um livro de 1991, de mesmo nome.

Figura 1: *Matemático Srinivasa Ramanujan.*

Biografia

Srinivasa Ramanujan nasceu na Índia em 1887 e com um ano de idade se mudou com os seus pais para a cidade de Kumbakonam. Aos cinco anos ganhou uma bolsa de estudos e passou a frequentar a escola, onde impressionou a todos por sua excepcional inteligência, principalmente na disciplina de Matemática.

Em 1900, com treze anos, começou a estudar sozinho séries aritméticas e geométricas. Com 15 anos, aprendeu a achar soluções de polinômios de grau três e desenvolveu um método para resolver polinômios de grau quatro. No ano seguinte, desconhecendo a não existência da fórmula resolvente para os polinômios do quinto grau, tentou em vão descobri-la. Por ser ainda jovem, seus primeiros trabalhos não possuiam todo o formalismo matemático necessário nas demonstrações.

Ainda nessa época, seus colegas conseguiram que a biblioteca lhe emprestasse um livro que foi essencial ao seu desenvolvimento e brilhantismo matemático. A obra era a “Synopsis of Elementary Results on Pure Mathematics”, do autor George Shoobridge Carr, professor da Universidade de Cambridge. O livro apresentava cerca de 6.000 teoremas e fórmulas com poucas demonstrações, o que influenciou a maneira de Ramanujan interpretar a matemática. Demonstrou todas as fórmulas e teoremas, esgotou a geometria e passou a se dedicar à álgebra.

Em 1904, com 17 anos, Ramanujan estudou a série harmônica, $S = \frac{1}{n}$, e calculou a constante de Euler, gamma, até 15 casas decimais. Começou depois a estudar os números de Bernoulli, fazendo descobertas importantes. Devido ao seu bom desempenho escolar, recebeu uma bolsa para a Universidade Estatal em Kumbakonam. No entanto, no ano seguinte a bolsa não foi renovada porque Ramanujan dedicava cada vez mais tempo à matemática, em detrimento das outras disciplinas.

Nos anos seguintes, continuou a fazer investigação em matemática, sem qualquer tipo de ajuda, estudando frações contínuas e séries divergentes. Casou-se em 1909 com S. Janaki Ammal, de 9 anos de idade, tendo ido viver com a esposa só depois que ela completou 12 anos, em 1912.

Procurou trabalho e conseguiu, por interferência de conhecidos, um modesto emprego de contador no porto de Madras (hoje Chennai). Ramanujan começou a frequentar uma universidade local como ouvinte. Os professores, percebendo suas qualidades, aconselharam-no a enviar os resultados dos seus trabalhos matemáticos, 120 teoremas demonstrados de geometria, para o grande matemático inglês Godfrey Harold Hardy. Impressionado com a inteligência do indiano, em 1913, Hardy o convidou para ir para Trinity College em Cambridge.

Mesmo sendo desaconselhado por sua mãe a sair da Índia, Ramanujam resolveu ir para a Inglaterra e em Cambridge trabalhou durante 5 anos com Hardy, se desenvolvendo mais ainda na Matemática. Foi um trabalho árduo, pois Ramanujan abordava temas em que se misturavam resultados novos com outros que já tinham sido demonstrados. Por até então ter tido uma formação um pouco precária, Ramanujan devia ser reeducado, mas Hardy tentou sempre evitar que um formalismo excessivo rompesse a inspiração que seu aluno tinha para a Matemática. Ainda assim, foram anos de sucesso, e Ramanujan publicou 21 artigos, cinco dos quais em colaboração com Hardy, que confessou ter apredido muito mais com seu aluno do que ter ensinado.

Em 1916, Ramanujan recebeu o título de ”Bachelor of Science by Research”, grau que se passou a ser considerado equivalente a Doutoramento a partir de 1920. Foi agraciado com o ingresso na Royal Society de Ciências e se tornou professor no Trinity College (Cambridge). Em 1917 deu entrada no sanatório de Cambridge com sintomas de tuberculose. Em 1919 e retornou para a cidade de Kumbakonam, na Índia, onde faleceu no ano seguinte.

Ramanujam vivia somente para a Matemática e parecia não se interessar por outros assuntos, pouco se preocupava com artes e com literatura. Em Cambridge criara uma pequena biblioteca com informações sobre fenômenos que desafiavam a razão. Em suas descobertas havia os mais abstratos enigmas a respeito das noções de números, em especial sobre os números primos. Dizia possuir uma fórmula para saber com precisão a quantidade de números primos menor do que qualquer número dado. Entre os resultados que enviou a Hardy, não havia demonstrações de nenhuma das suas afirmações. O método que Ramanujan dizia possuir proporcionava-lhe uma fórmula para obter o número de primos que havia entre um e cem milhões com uma margem de erro espantosamente baixa. Embora a exótica mente matemática de Ramanujan tenha produzido alguns resultados aparentemente falsos, na grande maioria dos casos chegou a resultados certos e de grande beleza matemática.

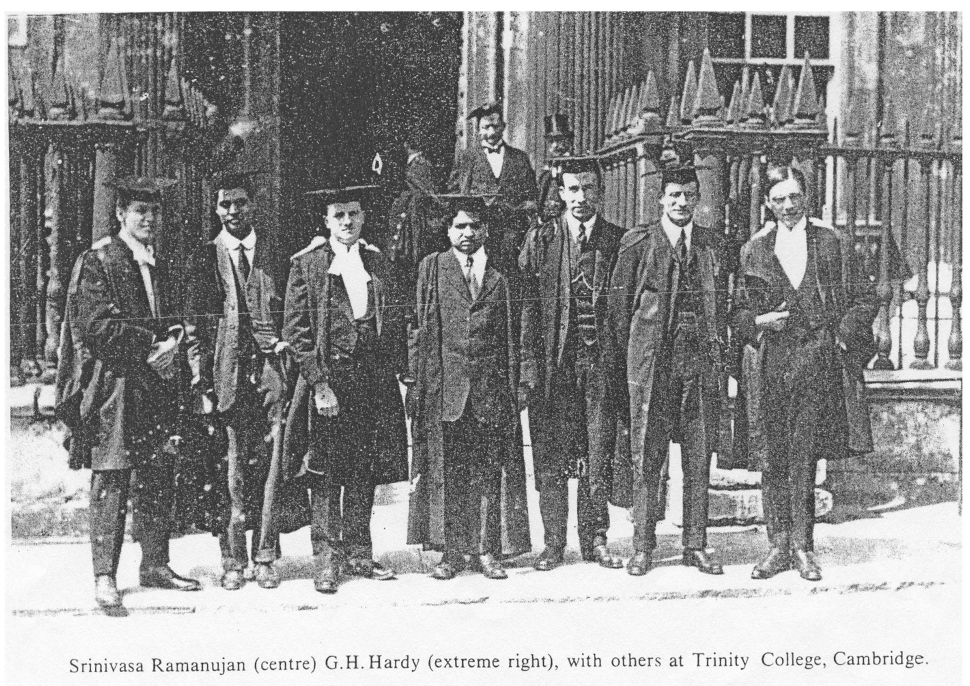

Figura 2: *Ramanujan (centro), Hardy (direita) e outros estudantes em Trinity College, Cambridge.*

Contribuições matemáticas

Série infinita para π:

Uma das fórmulas obitdas por Ramanujan através de sua intuição:

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{99^2}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(4k)!(1103+26390k)}{(k!)^4 396^{4k}}$$

Temos mais um exemplo de fórmula envolvendo o número π:

$$1+\frac{1}{1.3}+\frac{1}{1.3.5}+\frac{1}{1.3.5.7}+\ldots+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{2}{1+\cfrac{3}{1+\ldots}}}} = \sqrt{\frac{e\pi}{2}}$$

Primos de Ramanujan:

Em 1919, Ramanujan publicou uma nova prova para o postulado de Bertrande, que dizia que se $n > 3$ é um número inteiro, então existe pelo menos um número primo p tal que $n < p < 2n$. Ao fim da prova, Ramanujan derivou um resultado mais geral, que dizia que

$\pi(x) - \pi(x/2) \geq 1, 2, 3, 4, 5 \ldots$ para todo $x \geq 2, 11, 17, 29, 41, \ldots$

respectivamente, onde $\pi(x)$ é o número de primos menores ou iguais a x.

O inverso desse resultado é a definição de *primos de Ramanujan*. O n-esimo primo de Ramanujan é o menor inteiro R_n para o qual

$$\pi(x) - \pi(x/2) \geq n,$$

para todo $R_n \leq x$.

Os cinco primeiros primos de Ramanujan são $2,\ 11,\ 17,\ 29$ e 41.

Função teta de Ramanujan:

Funções teta são funções de múltiplas variáveis complexas. São importantes em diversas áreas, incluindo as teorias de variedades abelianas e espaço de moduli, e das formas quadráticas.

Afunção teta de Ramanujan é definida como

$$f(a,b) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a^{n(n+1)/2}\, b^{n(n-1)/2}$$

para $|ab| < 1$.

Constante de Ramanujan-Soldner:

A Constante de Ramanujan-Solder é definida como a única raiz positiva da função integral logarítmica, que por sua vez é definida por

$$li(x) = \int_0^x \frac{dt}{lnt}.$$

O valor aproximado da constante é $\mu \approx 1,451369234883381050\ldots$

Constante de Landau-Ramanujan:

Seja $N(x)$ o número de inteiros positivos menores ou iguais a x que são uma soma de dois quadrados. Então

$$\lim_{x\to\infty}\frac{N(x)\sqrt{\ln x}}{x} \approx 0,7642236535\ldots$$

Este número é conhecido como a Constante de Landau-Ramanujan.

Curiosidades

O número de Hardy-Ramanujan:

Em uma certa manhã, Hardy foi visitar Ramanujan no sanatório onde estava internado devido a tuberculose. Comentou que havia viajado em um táxi número 1729, e esparava que aquele número não representasse mau agouro. Foi então que Ramanujan respondeu que 1729 era um número muito interessante, pois era o menor inteiro que pode ser representado pela soma de dois cubos de duas maneiras diferentes.

De fato, $1729 = 10^3 + 9^3 = 1^3 + 12^3$. Com essa história, o número 1729 ficou conhecido como o número de Hardy-Rmanujan.

Quadrado mágico:

Uma matriz quadrada de inteiros é um quadrado mégico se a soma dos elementos de cada linha, a soma dos elementos de cada coluna, a soma dos elementos da diagonal principal e da diagonal secundária são todos iguais. O quadrado abaixo é mágico com soma 139. O interessante é o fato de a primeira linha ser foramda pela data de nascimento de Rmanujan!

22	12	18	87
88	17	9	25
10	24	89	16
19	86	23	11

Referências

[1] National Geographic. [Online, acessado em 10 de novembro de 2019].

[2] Impa. [Online, acessado em 10 de novembro de 2019].

[3] C. N. Lintzmayer. Um breve relato sobre ramanujan. *Universidade Federal do ABC*, 2018.

[4] Só Matemática. [Online, acessado em 10 de novembro de 2019].

[5] M. M. T. Mota. [Online, acessado em 10 de novembro de 2019].

[6] Wikipedia. [Online, acessado em 10 de novembro de 2019].