George Snedecor

Michael Douglas Gomes Silva

Universidade Federal de Viçosa - Campus Florestal
Rodovia LMG - 818, km 06 s/n, Florestal-MG, CEP: 35690-000
michael.gomes@ufv.br

Introdução

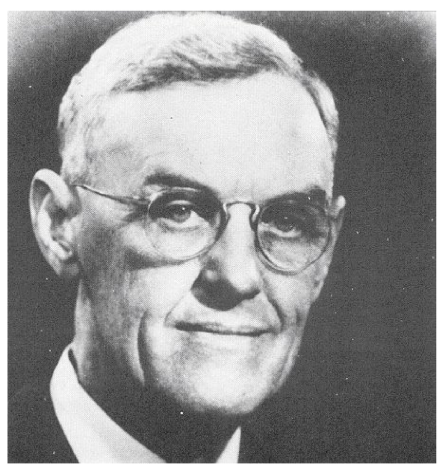

Figura 1.1: George Snedecor

George Snedecor foi um matemático e estatístico estadunidense. Contribuiu para os fundamentos da análise de variância, análise de dados, planejamento de experimentos e metodologia estatística. A Distribuição F de Fisher-Snedecor e o George W. Snedecor Award da American Statistical Association foram batizados em homenagem a ele

Vida Acadêmica

Snedecor fundou o primeiro departamento acadêmico de estatística nos EUA, na Iowa State University. Seu livro didático Statistical Methods de 1940 tornou-se uma obra de referência: "nos anos 1970, uma revisão de citações em artigos científicos publicados em todas as áreas de ciência demonstrou que Statistical Methods de Snedecor era um dos livros mais freqüentemente citados.

Snedecor foi homenageado com o título de doutor *honoris causa* em ciências pela Universidade Estadual da Carolina do Norte em 1956 e pela Iowa State University em 1958.

Distribuição F de Fisher-Snedecor

Em teoria das probabilidades e estatística, a distribuição F de Fisher-Snedecor, também conhecida como distribuição F, distribuição F de Fisher e distribuição F de Snedecor, em homenagem ao biólogo e estatístico britânico Ronald Fisher e ao matemático norte-americano George Waddel Snedecor, é uma distribuição de probabilidade contínua que surge frequentemente como a distribuição nula da estatística de um teste, mais notadamente na análise de variância, como no teste F.

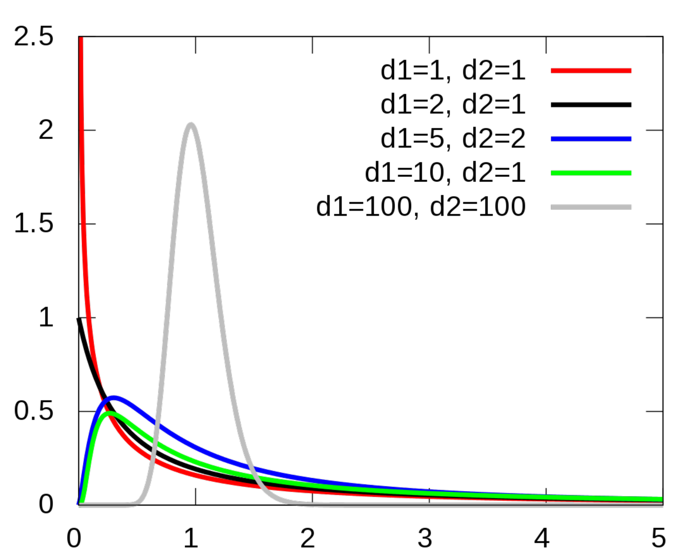

Figura 1.2: Distribuição F para várias escalas

ALGUMAS PROPRIEDADES:

$$E(\mathrm{X}) = \frac{v_2}{v_2 - 2} \quad para \quad v_2 > 2$$

$$VAR(\mathrm{X}) = \frac{2v_2^2(v_1 + v_2 - 2}{v_1(v_2 - 4)(v_2 - 2)^2} \quad para \quad v_2 > 4$$

CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DE UMA DISTRIBUIÇÃO F:

- É uma família de curvas, cada uma, determinada por dois tipos de graus de liberdade, os correspondentes à variância no numerador, e os que correspondem à variância no denominador;
- É uma distribuição positivamente assimétrica;
- A área total sob cada curva de uma distribuição F é igual a 1;
- Todos os valores de X são maiores ou iguais a 0;
- Para todas as distribuições F, o valor médio de X é aproximadamente igual a 1.

APLICAÇÕES

DEFINIÇÃO: Uma variável aleatória contínua X tem distribuição F de Snedecor com v_1 e v_2 graus de liberdade, denotada por Fv_1,v_2 , se sua função densidade for dada por:

$$f(x) = \frac{\phi\left(\frac{v_1+v_2}{2}\right)\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{v_1/2} X^{v_1/2-1}}{\phi\left(\frac{v_1}{2}\right)\phi\left(\frac{v_2}{2}\right)\left[\left(\frac{v_1}{v_2}\right)X+1\right]^{(v_1+v_2)/2}}$$

Teorema: Sejam Q_1 e Q_2 variáveis aleatórias independentes, com distribuição qui-quadrado com v_1 e v_2 graus de liberdade, respectivamente. Então, a variável aleatória

$$F = \frac{Q_1/v_1}{Q_2/v_2}$$

tem distribuição F de Snedecor com v_1 graus de liberdade no numerador e v_2 graus de liberdade no denominador.

Observação 1.1: Suponha que temos duas populações inependentes tendo distribuições normais com variâncias iguais a σ^2. Considere Y$_{11}$,...,Y_{1n} uma amostra aleatória da primeira população com n observações e Y_{21},...,Y_{2m} uma amostra aleatória da segunda população com m observações. Então, a estatística

$$f = \frac{\frac{(n-1)S_1^2}{(n-1)\sigma^2}}{\frac{(m-1)S_2^2}{(m-1)\sigma^2}}$$

tem distribuição F de Snedecor com $(n-1)$ graus de liberdade no numerador e $(m-1)$ graus de liberdade no denominador, onde s_1 e s_2 são os desvios padrão amostrais da primeira e da segunda amostra, respectivamente.

Observação 1.2: Em geral, as tabelas contêm apenas os pontos percentuais da cauda superior (valores de F_{α,v_1,v_2} para $\alpha \geq 0,50$)
Os pontos percentuais da cauda inferior F$_{1-\alpha,v_1,v_2}$ podem ser encontrados a partir da seguinte relação:

$$F_{1-\alpha,v_1,v_2} = \frac{1}{F_{\alpha,v_1,v_2}}$$

O Teste F: Como dito anteriormente, o Teste F serve para comparar duas variâncias, σ_1^2 e σ_2^2, de duas populações Normais independentes.
Para realizar o teste é necessário realizar os seguintes passos:

1. Estabelecer uma das seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0\colon \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1\colon \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases} \quad \Bigg| \quad \begin{cases} H_0\colon \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1\colon \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \end{cases} \quad \Bigg| \quad ou \quad \begin{cases} H_0\colon \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1\colon \sigma_1^2 < \sigma_2^2 \end{cases}$$

2. Fixar o nível de significância α;
3. - Se o teste é bilateral, devemos determinar os pontos críticos $F_{\alpha/2}$ e $F_{1-\alpha/2}$ da distribuição F com n_1-1 graus de liberdade no numerador e $n_2 - 2$ graus de liberdade no denominador usando a tabela de distribuição Fisher-Snedecor.

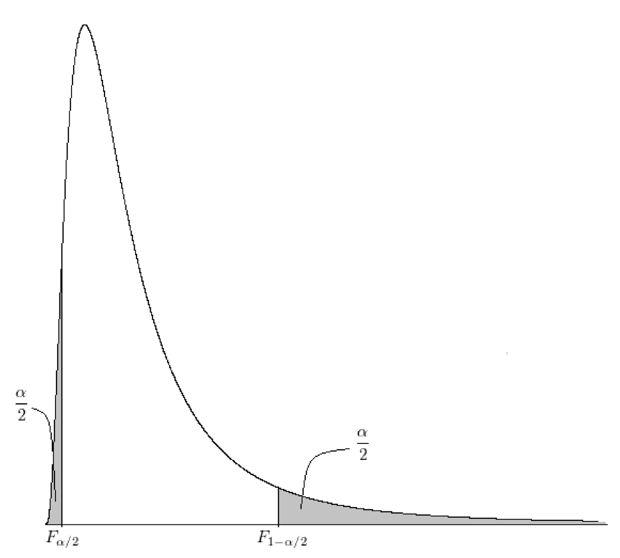

Figura 1.3: Região crítica - Teste bilateral

- Se o teste é unilateral à direita, determinamos o ponto $F_{1-\alpha}$

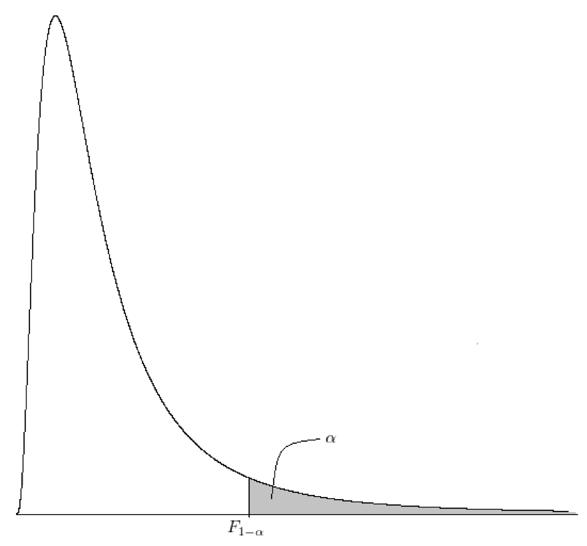

Figura 1.4: Região crítica - Teste unilateral à direita

- Se o teste é unilateral à esquerda, determinamos o ponto F_α

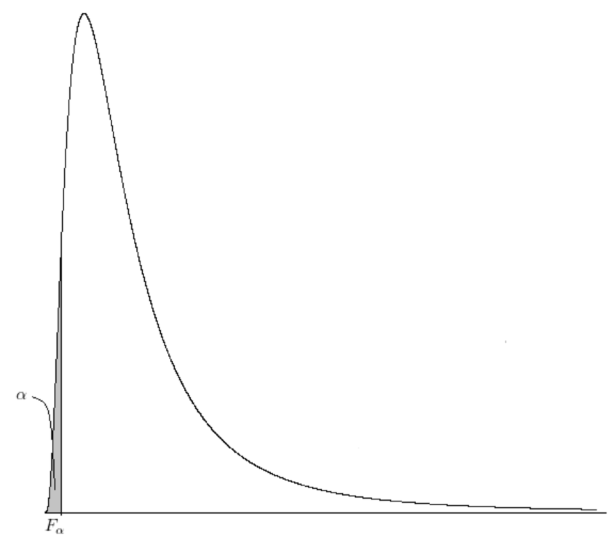

Figura 1.5: Região crítica - Teste unilateral à esquerda

4. Calcular, sob a hipótese nula o valor

$$F_{obs} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

5. Critérios:
   - Teste bilateral: Se $F_{obs} > F_{1-\alpha/2}$ ou $F_{obs} < F_{\alpha/2}$ devemos rejeitar H_0, caso contrário não rejeitamos H_0;
   - Teste unilateral à esquerda: Se $F_{obs} < F_\alpha$ devemos rejeitar H_0. Caso contrário, não rejeitamos H_0;
   - Teste unilateral à direita: Se $F_{obs} > F_{1-\alpha}$ devemos rejeitar H_0 . Caso contrário, não rejeitamos H_0

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20	30	40	60	120
2	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.40	9.41	9.41	9.42	9.42	9.43	9.44	9.44	9.46	9.47	9.47	9.48
3	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.22	5.21	5.20	5.20	5.20	5.19	5.18	5.17	5.16	5.15	5.14
4	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.91	3.90	3.89	3.88	3.87	3.86	3.85	3.84	3.82	3.80	3.79	3.78
5	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.28	3.27	3.26	3.25	3.24	3.23	3.22	3.21	3.17	3.16	3.14	3.12
6	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.92	2.90	2.89	2.88	2.87	2.86	2.85	2.84	2.80	2.78	2.76	2.74
7	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.68	2.67	2.65	2.64	2.63	2.62	2.61	2.59	2.56	2.54	2.51	2.49
8	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.52	2.50	2.49	2.48	2.46	2.45	2.44	2.42	2.38	2.36	2.34	2.32
9	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.33	2.31	2.30	2.25	2.23	2.21	2.18
10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.30	2.28	2.27	2.26	2.24	2.23	2.22	2.20	2.16	2.13	2.11	2.08
11	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.21	2.19	2.18	2.17	2.16	2.14	2.12	2.08	2.05	2.03	2.00
12	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.17	2.15	2.13	2.12	2.10	2.09	2.08	2.06	2.01	1.99	1.96	1.93
13	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.12	2.10	2.08	2.07	2.05	2.04	2.02	2.01	1.96	1.93	1.90	1.88
14	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.07	2.05	2.04	2.02	2.01	2.00	1.98	1.96	1.91	1.89	1.86	1.83
15	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.04	2.02	2.00	1.99	1.97	1.96	1.94	1.92	1.87	1.85	1.82	1.79
16	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	2.01	1.99	1.97	1.95	1.94	1.93	1.91	1.89	1.84	1.81	1.78	1.75
17	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.98	1.96	1.94	1.93	1.91	1.90	1.88	1.86	1.81	1.78	1.75	1.72
18	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.95	1.93	1.92	1.90	1.89	1.87	1.85	1.84	1.78	1.75	1.72	1.69
19	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.93	1.91	1.89	1.88	1.86	1.85	1.83	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67
20	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.91	1.89	1.87	1.86	1.84	1.83	1.81	1.79	1.74	1.71	1.68	1.64
21	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95	1.92	1.90	1.87	1.86	1.84	1.83	1.81	1.79	1.78	1.72	1.69	1.66	1.62
22	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.88	1.86	1.84	1.83	1.81	1.80	1.78	1.76	1.70	1.67	1.64	1.60
23	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92	1.89	1.87	1.84	1.83	1.81	1.80	1.78	1.76	1.74	1.69	1.66	1.62	1.59
24	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.85	1.83	1.81	1.80	1.78	1.77	1.75	1.73	1.67	1.64	1.61	1.57
25	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89	1.87	1.84	1.82	1.80	1.79	1.77	1.76	1.74	1.72	1.66	1.63	1.59	1.56
26	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.83	1.81	1.79	1.77	1.76	1.75	1.72	1.71	1.65	1.61	1.58	1.54
27	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87	1.85	1.82	1.80	1.78	1.76	1.75	1.74	1.71	1.70	1.64	1.60	1.57	1.53
28	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.81	1.79	1.77	1.75	1.74	1.73	1.70	1.69	1.63	1.59	1.56	1.52
29	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86	1.83	1.80	1.78	1.76	1.75	1.73	1.72	1.69	1.68	1.62	1.58	1.55	1.51
30	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.79	1.77	1.75	1.74	1.72	1.71	1.69	1.67	1.61	1.57	1.54	1.50
40	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.74	1.71	1.70	1.68	1.66	1.65	1.62	1.61	1.54	1.51	1.47	1.42
60	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.68	1.66	1.64	1.62	1.60	1.59	1.56	1.54	1.48	1.44	1.40	1.35
120	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.63	1.60	1.58	1.56	1.55	1.53	1.50	1.48	1.41	1.37	1.32	1.26

Figura 1.6: Tabela de distrifuição F a 10%

Algumas relações importantes:

- $F_{1-\alpha,1,v} = t_{1-\alpha/2,v}$
- $F_{\alpha,v,\infty} = \dfrac{X_{\alpha,v}^2}{v}$

Agradecimentos

Este trabalho foi realizado com o suporte de meus amigos e orientador:
Filipe Fulgêncio Dias (filipe.dias@ufv.br);
João Vitor Gollner Oliveira (joao.gollner@ufv.br);
José Vitor Novaes Moreira (jose.novaes@ufv.br);
Larissa Ribeiro Moreira (larissa.r.moreira@ufv.br);
Mariana Cristina Gomes dos Santos (mariana.c.cristina@ufv.br);
Fernando de Sousa Bastos (fernando.bastos@ufv.br).

Referências

1. **SALSBURG, David. The Lady Tasting Tea: How Statistics Revolutionized Science in the Twentieth Century. Nova York: W. H. Freeman, 2001; p. 196.**
2. **Bussab, W.º; Morettin, P.A. (2002). Estatistica Básica, Editora Saraiva, São Paulo – Brasil – Cap 13 pgs 358-361 e cap 7 pgs 190-191.**