ÉVARISTE GALOIS

Alexandre Santos (Aluno - Profmat)
Prof. Dr. Fernando de Souza Bastos (Orientador)
Ciências Exatas e da Terra - Matemática
Universidade Federal de Viçosa - Campus Florestal
Rodovia LMG - 818, km 06 s/n, Florestal-MG, CEP: 35690-000
alexandre.fonseca.santos(@hotmail.com)

Introdução

Este trabalho tem como objetivo estudar a biografia do matemático Évariste Galois. Ele nasceu no dia 25 de outubro de 1811 e faleceu pouco depois no dia 31 de maio de 1832. Mesmo com pouco tempo de vida, ele foi um grande matemático, deixando sua contribuição para os estudos. Nasceu na cidade de Bourg-La-Reine, que fica nos arredores de Paris. Filho de Nicolas Gabriel Galois e de Adelaide Marié. Seu pai era diretor da escola local e prefeito pelo partido liberal, partido esse apoiador de Napoleão. Sua mãe era de família de advogados influentes em Paris.

Até os seus doze anos ele era educado pela sua mãe, juntamente com sua irmã. Educação esta que era baseada no latim e no grego. Era um garoto muito inteligente, mas sua educação formal começou após os doze anos, quando entrou para o Liceu reais - Louis-le-Grande High Scholl, em Paris. Nos dois primeiros anos seu desempenho escolar foi normal, no terceiro ano, ele foi reprovado. A partir daí ele se interessou pela matemática e em seguida pela Geografia.

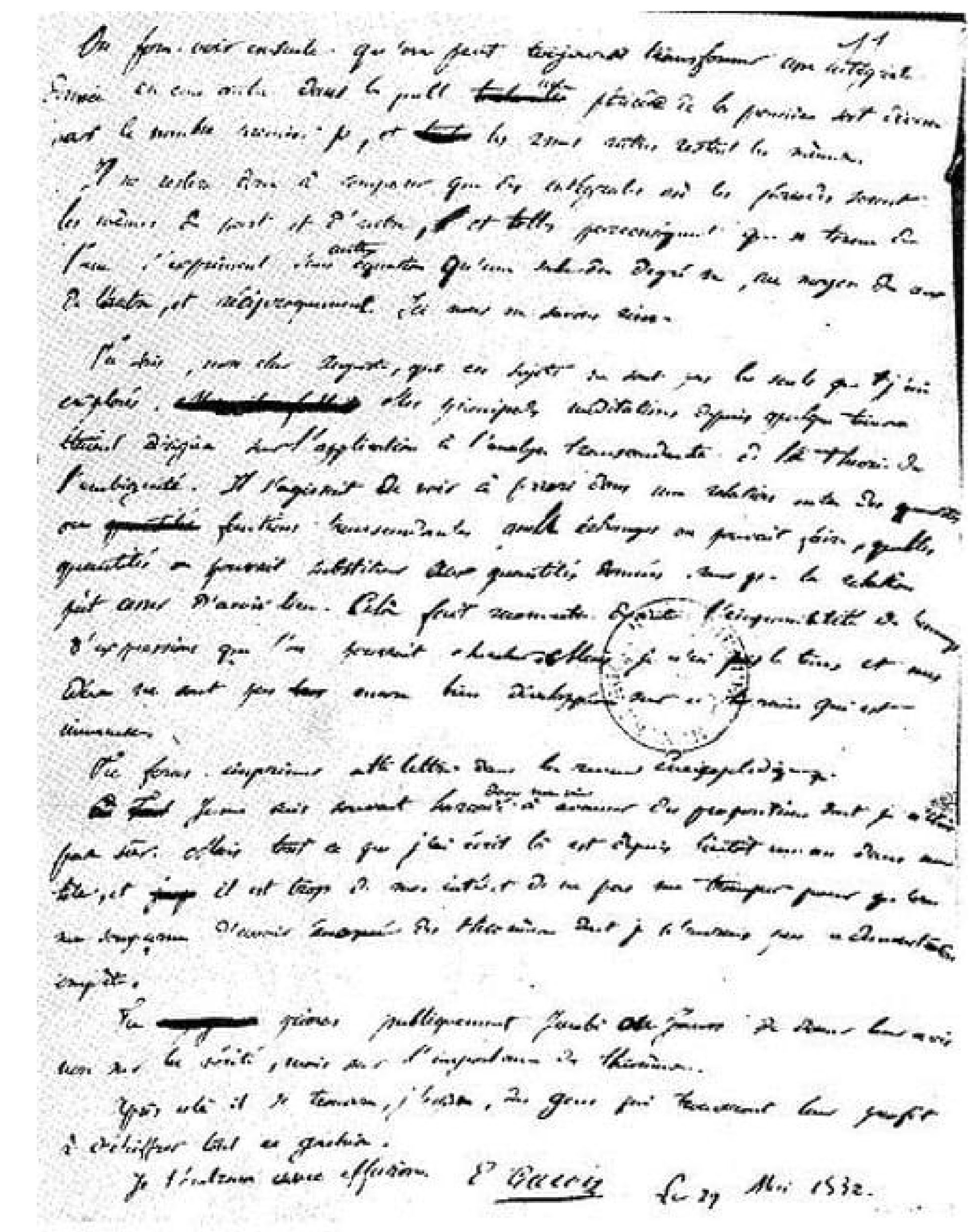
Apesar de tantos fracassos, Galois não desistiu. Sua primeira frustração foi quando tentou entrar na Escola Politécnica, mas não foi permitido, pois alegaram falta de preparo. Logo depois, escreveu um artigo, onde mostrava suas descobertas fundamentais, que foi entregue a Cauchy para apresentar na Academia, mas, o mesmo, perdeu o trabalho. Seu pai faleceu por suicídio e, logo após, Galois entrou na Escola Normal, a fim de se aperfeiçoar para ensinar e ainda continuando com suas pesquisas.

Em 1830, Galois fez um artigo, que foi entregue a Fourier. Este deveria ter sido apresentado na Academia de Matemática, mas Fourier faleceu e o artigo foi perdido. Com tantos problemas em sua vida, Galois resolveu a aderir as causas da revolução de 1830, com isso foi expulso da Escola Normal e entrou para a guarda Nacional. Seus estudos foram fundamentados em Lagrange sobre permutação de raízes, tendo condições necessárias para concluir que equações polinomiais irredutíveis são resolvíveis por radicais e, provadas com Abel, que, se, e somente se, o grupo de permutações sobre suas raízes são resolvíveis.

Em suas obras, temos o conceito de "Corpo", implicitamente. Dedekínd definiria, explicitamente, o significado de "Corpo" posteriormente.

Como as teorias de Galois são consideradas hoje como a "Matemática Moderna", para a época, foi considerada incompreensível pelo historiador Poisson. Após um duelo, por causa de um envolvimento com mulher, Galois foi baleado e acabou falecendo no hospital com apenas 20 anos. Antes disso, ele escreveu uma espécie de testamento científico onde rascunhou seus estudos e incluiu algumas ideias e teoremas novos em uma carta a seu amigo Auguste Chevalier.

Suas últimas palavras foram dirigidas a seu irmão Alfred - "Ne pleure pas, Alfred! J'ai besoin de tout mon courage pour mourir à vingt ans!"— ou "Não chore, Alfred ! Eu preciso de toda a minha coragem para morrer aos vinte anos!"



Teoria de Galois

A teoria de Galois é um ramo da álgebra abstrata. Ele usa grupos de permutações para mostrar como as várias raízes de uma equação polinomial estão relacionadas entre si. Sua abordagem moderna foi desenvolvida pelos pesquisadores Richard Dedekind, Leopold Kronecker e Emil Artin entre outros e envolve o estudo de automorfismo de extensão de corpos. Um estudo além da teoria de Galois é conseguida pela teoria das conexões de Galois (generalizam a correspondência entre subgrupos e subcorpos investigados na Teoria de Galois).

O surgimento da teoria de Galois se deu para obter a resposta sobre o teorema de Abell-Ruffini: "Por que não existe uma fórmula para as raízes de uma equação polinomial de quinta ordem (ou maior) em termos de coeficiente de polinômios, usando somente as operações algébricas usuais (adição, subtração, multiplicação, divisão) e aplicação de radicais (raiz quadrada, raiz cúbica, etc)?"

Galois conseguiu responder com sua teoria usando as noções de números algébricos e transcendentes as seguintes perguntas da geometria clássica:

"Quais polígonos regulares são polígonos construtíveis?"

"Por que não é possível a trissecção de um dado ângulo?"

"Por que não é possível a quadratura do círculo?"

"Por que não é possível a duplicação do cubo?"

A abordagem de permutação de grupo

Um polinômio pode ter suas raízes concatenadas por várias equações algébricas. De acordo com Galois, as permutações (ou rearranjos) dessas raízes tem propriedades que qualquer equação algébrica (com coeficientes racionais) satisfeita pelas raízes também será satisfeita depois delas serem permutadas.

Exemplo: Considere a equação quadrática

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

Pelo uso da fórmula de Bhaskara, pode-se encontrar suas raízes:

$$A = 2 + \sqrt{3}$$

$$B = 2 - \sqrt{3}$$

Exemplos de equações algébricas satisfeitas por A e B incluem

$$A + B = 4$$

$$AB = 1$$

Outro exemplo: Considere o polinômio

$$x^4 - 10x^2 + 1 = 0$$

que pode também ser escrito como:

$$(x^2 - 5)^2 - 24 = 0$$

Desejamos descrever o grupo de Galois desse polinômio, novamente em relação ao corpo dos números racionais. O polinômio tem quatro raízes:

$$A = \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$B = \sqrt{2} - \sqrt{3}$$

$$C = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$D = -\sqrt{2} - \sqrt{3}$$

Haverá 24 possibilidades para permutar essas 4 raízes, mas nem todas essas permutações são membros do grupo de Galois. Os membros dos grupos de Galois devem preservar qualquer equação algébrica com coeficiente racionais envolvendo A, B, C e D. Uma dessas equações é

$$A + D = 0$$

Porém a permutação

$$(A, B, C, D) \to (A, B, D, C)$$

não é permitida, porque isso transforma a equação válida

$$A + D = 0$$

na equação

$$A + C = 0,$$

a qual é inválida, visto que

$$A + C = 2\sqrt{3} \neq 0.$$

Outra equação que as raízes da equação satisfazem é

$$(A + B)^2 = 4$$

Esta excluirá outras permutações, tais como:

$$(A, B, C, D) \to (A, C, B, D)$$

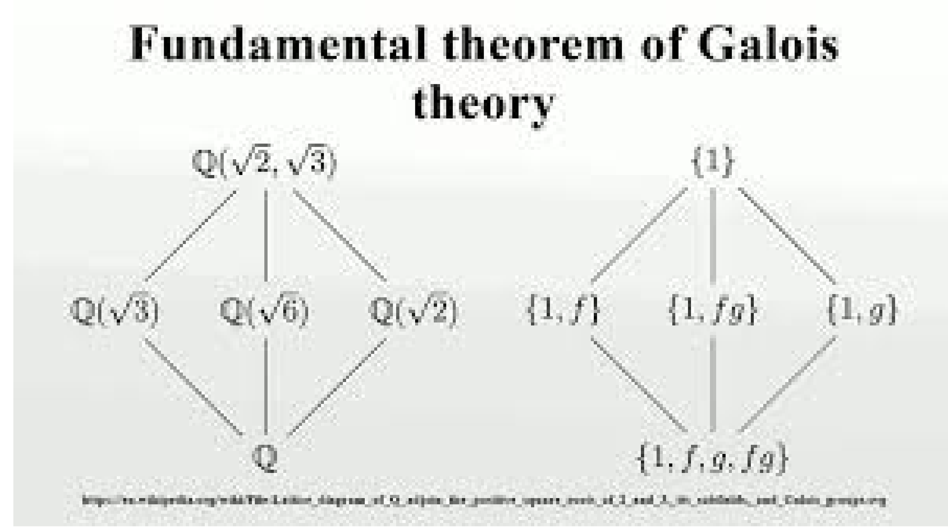
Continuando nesse processo, descobrimos que as únicas permutações remanescentes (satisfazendo ambas equações simultâneas) são:

$$(A, B, C, D) \to (A, B, C, D)$$

$$(A, B, C, D) \to (C, D, A, B)$$

$$(A, B, C, D) \to (B, A, D, C)$$

$$(A, B, C, D) \to (D, C, B, A)$$



Referências

Biografia de Matemáticos, disponível em: https://www.somatematica.com.br/biograf/galois.php, acesso em 11 de nov. de 2019.

Teoria de Galois, disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/TeoriadeGalois, acesso em: 17 de nov. de 2019