



PROFMAT

# PIERRE DE FERMAT (1601-1665)

Guilherme Inácio Lemos Braga

Programa Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT

Universidade Federal de Viçosa - UFV

Campus UFV - Florestal

Prof: Fernando de Souza Bastos

UFV

CAMPUS UFV - FLORESTAL

## BIOGRAFIA

Nascido em 17 de agosto de 1601 em Beaumont-de-Lomages, França, Pierre de Fermat atuou como advogado e oficial do governo na cidade de Toulouse ao sudoeste da França.

Veio de uma família bem-sucedida e recebeu uma educação privilegiada, a princípio em casa, regido por professores capacitados que o incentivaram e despertaram sua curiosidade. Sua juventude passou estudando no Monastério Franciscano de Grandseve e em 1623 matriculou-se na Universidade de Orleans, obtendo seu bacharelado em direito civil em 1626.

Advogado talentoso e eficiente. Qualquer cidadão que necessitasse realizar um requerimento diretamente ao rei, a princípio deveria passar pelo crivo de Fermat e de outros importantes conselheiros.

Apesar de suas ocupações, Fermat reservava momentos para se dedicar às suas investigações científicas: estudou Literatura Clássica, a Física e principalmente a Matemática, que passou a ser o seu melhor lazer. Fermat não dedicava totalmente seu tempo ao estudo da Matemática, como faziam os matemáticos profissionais da sua época, mas isso não o impediu de realizar grandes descobertas para essa área do conhecimento.

Suas primeiras ocupações com a matemática estava ligada ao cálculo infinitesimal, matemática nova que estava sendo destrinchada naquela época. Contudo, sua maior contribuição se deu no campo da Teoria dos Números, de tal modo que é considerado o fundador de suas bases, o que lhe atribui maior reconhecimento como matemático. Além disso, suas relevantes contribuições o tornaram o maior matemático francês do século XVII.

No início da década 1650, uma grave doença atingiu a Europa, causando várias mortes entre população, a praga desconhecida naquela época, é a doença que conhecemos hoje por tuberculose. Fermat foi vítima da doença e ficou bastante enfermo, tanto que até a sua morte chegou a ser anunciada, mas a divulgação foi incorreta. Seu falecimento aconteceu no dia 12 de janeiro de 1665, na cidade de Castres, também na França.

Fermat não publicou quase nada durante a sua vida, anunciando as suas descobertas em cartas aos amigos. Por vezes ele anotou resultados nas margens dos seus livros. O trabalho dele foi largamente esquecido até que foi redescoberto no meio do século 19.



Figura 1: Pierre de Fermat

## CONTRIBUIÇÕES COM A MATEMÁTICA

Na geometria analítica, Fermat mostra, em 1629, a equação geral da reta, circunferência e de algumas cônicas. Em 1639 divulga um novo método para determinação de tangentes, estudo que levaria aos máximos e mínimos. Formula também o princípio do tempo mínimo no campo da óptica.

Fermat se sobressai, ainda, no terreno do cálculo de probabilidades.

O campo predileto de estudos de Fermat, porém, é o da teoria dos números, na qual se consagra. Fermat dá considerável impulso à aritmética superior moderna exercendo, assim, grande influência sobre o desenvolvimento da álgebra.

São teoremas que seriam esquecidos ou nunca vistos pela comunidade científica e foram publicados pelo seu filho Clement Samuel em uma nova edição do Livro Aritmética de Diofanto.

- 1) Todo primo ímpar pode se expresso como a diferença de dois quadrados de uma, e uma só, maneira;
- 2) Um primo da forma  $4n + 1$  pode ser representado como a soma de dois quadrados;
- 3) Um número primo de forma  $4n + 1$  é apenas uma vez a hipotenusa de um triângulo retângulo de lados inteiros; seu quadrado é duas vezes; seu cubo é três vezes; e assim por diante;
- 4) Todo inteiro não negativo pode ser representado como soma de no máximo quatro quadrados;
- 5) A área de um triângulo retângulo de lados inteiros não pode ser um quadrado perfeito inteiro;
- 6) Há uma única solução inteira de  $x^2 + 2 = y^3$  e apenas duas de  $x^2 + 4 = y^3$
- 7) Não existem inteiros  $x, y$  e  $z$  positivos e tais que  $x^4 + y^4 = z^2$

O teorema mais famoso de Fermat, que tornou-se histórico, é o chamado “Último Teorema de Fermat”. Ele afirmou que não existem valores inteiros para  $x, y$  e  $z$  que satisfaçam  $n$  inteiro e maior que 2. Sobre a demonstração desse teorema, Fermat escreveu à margem de um exemplar da edição preparada por Meziriac (1581-1638) das obras do matemático grego, Diofanto (século III DC).

## O PEQUENO TEOREMA DE FERMAT

Uma dos resultados de Pierre de Fermat para a teoria dos números ficou conhecido como Pequeno Teorema de Fermat. Este teorema foi enunciado por tal matemático em 1640, por meio de uma carta destinada a Bernhard Frénicle de Bessy. Entretanto, sua demonstração só tornou-se conhecida em 1736, quando o matemático Euler a publicou.

**Teorema:** [Pequeno Teorema de Fermat] Seja  $p$  um número primo e  $a \in \mathbb{Z}$ . Então  $a^p \equiv a \pmod{p}$ .

*Demonstração:*

Provaremos por indução sobre  $a$ . Para  $a = 1$ , temos  $1 \equiv 1 \pmod{p}$ .

Agora, suponhamos que  $p|(a^p - a)$ . Temos então:

$$\begin{aligned} (a+1)^p - (a+1) &= \binom{p}{0}a^p + \binom{p}{1}a^{p-1} + \dots + \binom{p}{p-1}a + \binom{p}{p} - (a+1) \\ &= a^p + \binom{p}{1}a^{p-1} + \binom{p}{2}a^{p-2} + \dots + \binom{p}{p-1}a + 1 - (a+1) \\ &= a^p - a + \binom{p}{1}a^{p-1} + \binom{p}{2}a^{p-2} + \dots + \binom{p}{p-1}a + 1 - 1 \\ &= (a^p - a) + \sum_{k=1}^{p-1} \binom{p}{k}a^{p-k} \end{aligned}$$

Por hipótese de indução  $p|(a^p - a)$  e, como  $p|\binom{p}{k}$ , para todo  $1 \leq k \leq p-1$ , segue que  $p|[(a^p - a) + \sum_{k=1}^{p-1} \binom{p}{k}a^{p-k}]$  e, portanto  $p|[(a+1)^p - (a+1)]$ . Logo,  $a^p \equiv a \pmod{p}$  para todo  $a \in \mathbb{Z}$ .

## O ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT

No seu tempo livre Fermat se dedicava ao estudo de matemática, e em um desses momentos ele se deparou com o teorema de Pitágoras,

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Ao analisar, percebeu que se substituísse o expoente 2, por 3 ou por 4, não existiriam valores  $a, b$  e  $c$  pertencentes aos inteiros positivos que satisfizessem a equação, ou seja,  $a^3 + b^3 \neq c^3$ . Indo mais além, afirmou que não há solução inteira para a equação

$$x^n + y^n = z^n$$

com  $n > 2$  e  $x, y$  e  $z$  pertencente ao conjunto dos números inteiros positivos. Criando assim o famoso Teorema de Fermat, mais conhecido como “O último teorema de Fermat”.

Clement Samuel, filho de Fermat foi o responsável por apresentar ao mundo o teorema aqui discutido. Esse estudo foi encontrado nas margens do livro a Aritmética de Diofanto, espaço que Fermat utilizava para fazer suas anotações, e foi publicado por Samuel em 1670.

Contudo, Pierre não havia demonstrado esse teorema culpando justamente a limitação das margens do livro, “... e eu seguramente encontrei uma prova admirável desse fato, mas a margem é demasiado estreita para contê-la”.

Por mais de três séculos renomados matemáticos tentaram demonstrar que esse teorema não era válido, procurando uma solução que satisfizesse a equação.

O próprio Fermat por volta de 1650 já havia provado a validade do teorema para  $n = 4$ , Euler (1707-1783) pensou no problema e mostrou para  $n = 3$ , Dirichlet (1805-1859) para  $n = 5$  e  $n = 14$ , Ernst Kummer (1810-1893) demonstrou para todos os valores de  $n$  sendo  $2 < n < 101$  com exceção dos expoentes 37, 59 e 67.

O avanço da tecnologia contribuiu com a ampliação do campo de testes sem sucesso sobre a solução, provando assim que Pierre de Fermat estava certo da sua afirmação, porém faltava uma demonstração que comprovasse para todos os valores de  $n$ .

O último teorema de Fermat tornou-se famoso entre os matemáticos e pesquisadores da área devido à complexidade de sua demonstração e ganhou visibilidade quando um importante matemático e empresário alemão Paul Wolfskehl resolveu oferecer uma recompensa de 100.000 marcos (equivalente a cerca de 1.000.000 dólares) à Academia de Ciências de Göttingen a quem conseguisse realizar a demonstração completa do teorema.

“O resultado foi uma avalanche de supostas provas motivadas pela glória e pelo dinheiro [...]. O último “teorema” de Fermat ganhou a distinção de ser o problema matemático com maior número de demonstrações incorretas publicadas.” (Eves (2004)).

O matemático Andrew Wilis, professor da Universidade de Princeton anunciou em 1993, em uma Conferência no Sir Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences em Cambridge ter conseguido demonstrar o último teorema de Fermat. O estudioso revelou que durante sete anos se dedicou em segredo à busca pela comprovação do teorema, mas sua demonstração ainda apresentava falhas.



Figura 2: Andrew Wilis

Sendo assim, Wilis reformulou sua demonstração e corrigiu as lacunas apontadas. Em 1995, ele definitivamente chegou ao fim de sua demonstração, desvendando enfim o teorema que foi anunciado por Fermat há 358 anos. A demonstração do professor Andrews continha cerca de 200 páginas, sua estrutura apresenta uma linguagem matemática avançada, de modo que dificulta sua compreensão.

## Referências

[Eves 2004] EVES, Howard: Introdução à história da matemática, tradução: Hygino H. In: Domingues, Campinas-SP: Editora da UNICAMP (2004)