



Thomas Bayes

José Vitor Novaes Moreira

Universidade Federal de Viçosa - Campus Florestal

jose.novaes@ufv.br



Quem foi Thomas Bayes

Foi um estatístico Inglês, filósofo que é conhecido para a formulação de um caso específico do teorema que leva seu nome: teorema de Bayes. Considerando a sua imensa importância atual, sabemos pouco sobre Thomas Bayes. Ele foi um pastor presbiteriano que viveu no início do século 18 (1701-1761) na Inglaterra. Estudou teologia na Universidade de Edimburgo (Escócia), de onde saiu em 1722. Em 1731 assumiu a paróquia de Tunbridge Wells, no condado de Kent. Cinco anos depois, publicou seu primeiro e único livro de matemática, chamado *The doctrine of fluxions* (A doutrina das fluxões) o nome fluxion foi dado pelo matemático e físico Isaac Newton (1642-1727).

Com base nesse livro e em outras possíveis contribuições, Bayes foi eleito em 1752 para a Royal Society, sociedade científica britânica criada em 1645.



Imagem 1: Thomas Bayes

Origem do Teorema de Bayes

A Dois anos após sua morte, um amigo, o filósofo Richard Price (1723-1791), apresentou à Royal Society um artigo que aparentemente encontrou entre os papéis do reverendo, com o nome ' (**Ensaio buscando resolver um problema na doutrina das probabilidades**)'. Nesse artigo estava a demonstração do famoso teorema de Bayes.

Após sua publicação, o trabalho caiu no esquecimento, do qual só foi resgatado pelo matemático francês Pierre-Simon de Laplace (1749-1827). O teorema de Bayes foi mais tarde desenvolvido por Pierre-Simon Laplace, que foi o primeiro a publicar uma formulação moderna em 1812 em seu livro *Teoria Analítica de Probabilidade*, na tradução do francês.



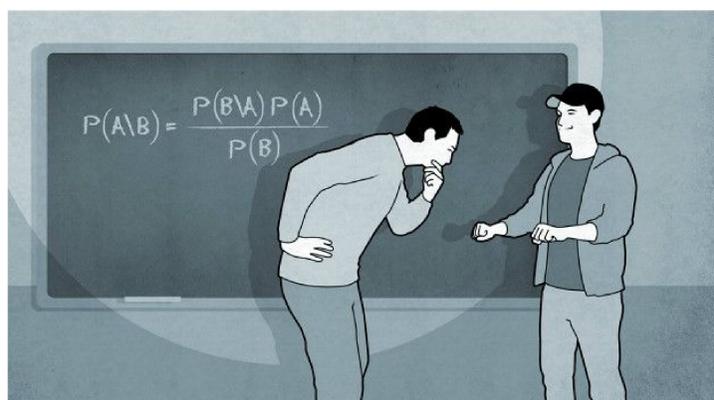
Imagem 2: Pierre.

O teorema

O Teorema de Bayes é uma fórmula matemática usada para o cálculo da probabilidade de um evento dado que outro evento já ocorreu, o que é chamado de probabilidade condicional. A grande questão do Teorema de Bayes é que eu preciso ter alguma informação anterior, ou seja, preciso saber que um determinado evento já ocorreu e qual a probabilidade desse evento. E baseado nessa inferência bayesiana que surge a expressão "grau de crença", que é essa confiança em algum evento anterior, essa suposição inicial, O teorema é um corolário da lei da probabilidade total, expresso matematicamente na forma da seguinte equação:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$

Em que A e B são eventos e $P(B) \neq 0$



Aplicação

Como possibilita a inferência de dados a partir de informações prévias, o teorema de Bayes tem, na verdade, diversas aplicações práticas. Uma das aplicações do Teorema de Bayes é no famoso problema de Monty Hall. Esse problema, ou paradoxo, controverso e contra intuitivo reflete bem essa mudança das probabilidades baseada em um grau de crença.

Problema de Monty Hall

O que é esse problema? Bem, se trata do famoso jogo das portas, comum em muitos game shows, em que o convidado tem que escolher 1 de 3 portas, pois essa contém um prêmio. Assim que você escolhe, uma outra porta é aberta revelando estar vazia e, então, é perguntado se você deseja trocar de porta.//

O grau de crença assumido é que o apresentador do programa sabe exatamente onde está o prêmio. Sendo assim, independente se você escolheu a porta certa de primeira, ele abrirá uma porta que está vazia e te perguntará se deseja trocar. Partindo-se dessa informação dada, de que o apresentador sabe onde está o prêmio, você deve trocar ou não de porta?//

Trocar de porta dobra suas chances de ganhar o prêmio. Vamos supor que você escolha a porta número 1. O apresentador abre a porta número 2, que está vazia. Ele então te pergunta se você deseja trocar de porta. Quando você escolhe a porta número 1, você tem 1/3 de chance de ganhar, pois temos 3 portas, com somente uma contendo o prêmio. Então, o que acontece com suas chances quando o apresentador abre uma porta vazia? Elas se mantêm na mesma. Definindo os eventos:

- A = a porta escolhida (n°) tem o prêmio
- B = o apresentador abre uma porta vazia

Sabemos que $P(A) = 1/3$. Para calcular $P(B)$, precisamos cobrir todas as possibilidades do apresentador abrir uma porta vazia. Ou seja, quais são as probabilidades de o apresentador abrir uma porta vazia tendo você escolhido ou não a porta certa. Assim, o Teorema fica dessa forma:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B|A) \times P(A) + P(B|A^C) \times P(A^C)}$$

Assim, vamos definir as probabilidades:

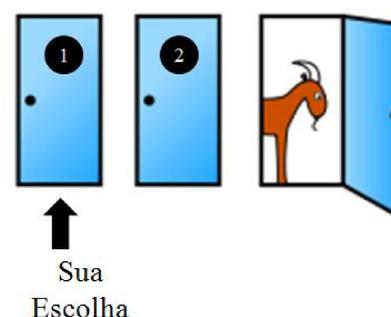
- $P(A)$ = probabilidade de o prêmio estar na porta número 1 .
- $P(B|A)$ = probabilidade de o apresentador escolher uma porta vazia dado que o prêmio está na porta número 1.
- $P(B|A^C)$ = probabilidade de o apresentador escolher uma porta vazia dado que o prêmio não está na porta número 1.
- $P(A^C)$ = probabilidade de o prêmio não estar na porta número 1

Podemos afirmar que probabilidade de o apresentador abrir uma porta vazia é 1, ou seja, $P(B|A) = P(B|A^C) = 1$. Porque essa informação foi dada

Quanto a $P(A^C)$ temos uma probabilidade de 2/3, pois essa é a chance de errarmos a porta na primeira, se você mantiver sua escolha pela primeira porta, terá uma probabilidade de:

$$P(A|B) = \frac{1 \times \frac{1}{3}}{1 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{2}{3}} = \frac{1}{3}$$

Ou seja, se você não mudar de porta, sua chance de ganhar permanece em 1/3, enquanto se você trocar, dobra suas chances para 2/3



Como a tecnologia tem utilizado o teorema de Bayes

Com o avanço da tecnologia, há um aumento no volume de dados gerados por empresas e pessoas. Essas informações precisam ser contextualizadas, cruzadas e avaliadas para que seja possível encontrar a relação entre elas.

A ideia de Bayes pode ser usada nesse sentido e, por isso, é aplicada na construção de diversos algoritmos. Na análise de cenários, extrapolação de dados e avaliações de riscos, o teorema ajuda os algoritmos a darem uma resposta mais precisa.

A crescente onda de inteligência artificial e de machine learning aumenta a capacidade das máquinas e faz com que a proposta de Bayes seja ainda mais útil. Por isso, o recurso pode ser usado em diversas ferramentas que utilizam a análises de eventos para entender as probabilidades de certas ocorrências.

Referências

Marcelo Petenate . **Tudo que você precisa saber sobre o Teorema de Bayes** 12 novembro. 2019/em Estatística. Disponível em: <https://www.escolaedti.com.br/teorema-de-bayes>.

Thiago Gonçalves. **O Teorema de Bayes: o que é e qual sua aplicação?..** Disponível em: <https://www.voitto.com.br/blog/artigo/teorema-de-bayes>