



PROFMAT

# Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi

João Paolo R. Alves Paiva

Programa Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT  
Universidade Federal de Viçosa - UFV  
Campus UFV - Florestal  
Orientação: Prof. Dr. Fernando Bastos



Universidade Federal de Viçosa

## UM POUCO DA HISTÓRIA

Os textos de história classificam como Idade Média o período que se iniciou com a queda de Roma em 476 d.C. e que terminou em 1453, com a conquista de Constantinopla (atual Istambul) pelos otomanos, significando o fim do Império Bizantino. Esse período é denominado de forma simplista como "idade das trevas".

Durante a Idade Média, o Ocidente esteve consideravelmente imerso em obscurantismo e ignorância. Esse período foi, de fato, pouco fecundo para a atividade científica em geral. Alguma vida intelectual restou nos mosteiros em algumas regiões periféricas, como na Catalunha, na Irlanda e na Itália. Por outro lado, a doutrina cristã colocou o divino, o pecado e o inferno no centro das preocupações e interesses.

Nesse contexto, a cidade de Bagdá foi construída pelo califa Abu Jafar al-Mansur (714-775) para substituir Damasco como capital da porção oriental do Império Árabe. Al-Mansur era um homem interessado em filosofia e ciência e procurou criar condições em sua nova cidade para o estudo e a produção científica. Fundou uma biblioteca em seu palácio, que inicialmente se ocupou de traduções para o árabe de textos persas, hindus e gregos. Essa biblioteca ficaria conhecida como Casa da Sabedoria (*Bait al-Hikma*) e, mais tarde, evoluiria para uma instituição de ensino e pesquisa, destacando-se como um dos mais importantes centros de produção científica no período compreendido entre os séculos IX e XIII.



Figura 1: Casa da Sabedoria

A civilização árabe viveu seu período áureo entre os séculos VII e XIII, entrando em decadência com as Cruzadas (séculos XI a XIII), em sua porção ocidental, e com as conquistas mongóis (século XIII), na porção oriental.

Dois eventos marcaram o declínio árabe: a conquista de Córdoba (Espanha), capital do ocidente muçulmano, em 1236, e a destruição de Bagdá, capital do oriente muçulmano, pelos mongóis em 1258.



Figura 2: Casa da Sabedoria - situação atual

## AL-KHWARIZMI

Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi nasceu por volta do ano 780. Os historiadores acreditam que ou ele, ou seus ascendentes tenham vindo de Khwarezm, uma região da Ásia central que agora faz parte do Turcomenistão e do Uzbequistão.



Figura 3: Foto de al-Khwarizmi. Essa imagem foi impressa em um selo russo

Al-Khwarizmi se tornou dos mais notáveis estudiosos vinculados à Casa da Sabedoria. Ele trabalhou na Casa da Sabedoria, traduzindo e estudando algumas obras gregas. Escreveu também sobre vários temas, como Álgebra, Astronomia, Geometria e Geografia.

Al-Khwarizmi morreu no ano de 850.

## A OBRA E O LEGADO DE AL-KHWARIZMI

Al-Khwarizmi começa por introduzir os números naturais. Os primeiros passos do processo de abstração são visíveis "Todos os números são compostos por unidades e podem ser divididos em unidades. Cada número de um a dez excede o anterior em uma unidade..."

Depois, introduz as noções e terminologias algébricas básicas. Assim, refere unidade, raiz e quadrado. Em notação moderna, unidades são números genéricos, hoje usualmente representados por letras do princípio do alfabeto; raiz será a incógnita,  $x$ ; quadrado será o resultado de multiplicar a raiz por si mesma,  $x^2$ . Al-Khwarizmi não recorre a símbolos, o seu texto é todo elaborado em palavras, por extenso.

Duas de suas obras exerceram uma influência decisiva nos rumos tomados pela matemática. A primeira delas é o tratado de aritmética intitulado Livro da Adição e da Subtração segundo o Cálculo dos Indianos. Em seu texto são discutidos o sistema de numeração decimal posicional hindu e as operações feitas nesse sistema, incluindo a multiplicação e a divisão. Séculos mais tarde, as traduções latinas desse livro criariam na Europa a impressão de que o sistema de numeração nele descrito eram uma criação de seu autor. Os numerais indo-árabicos ficaram então conhecidos com sendo de al-Khwarizmi, o que resultou nas palavras algarismo e algoritmo, incorporadas às línguas europeias modernas.

Uma segunda obra fundamental de al-Khwarizmi foi o Tratado sobre o Cálculo da al-Jabr e al-Muqabalah. Esse livro é considerado o fundador da álgebra como área do conhecimento matemático, sendo a palavra álgebra uma evolução do termo al-jabr. Nessa obra, al-Khwarizmi discorreu sobre soluções de equações de primeiro e segundo graus, tratadas de forma puramente retórica.



Figura 4: Uma página da álgebra de al-Khwarizmi

Uma amostra da álgebra retórica de al-Khwarizmi está no quadro seguinte.

"Um quadrado é igual a cinco raízes. A raiz do quadrado então é 5, e 25 forma o seu quadrado que, é claro, é igual a 5 de suas raízes."

O texto apresenta a equação  $x^2 = 5x$ , sua raiz  $x = 5$  e afirma que  $x^2 = 25$ .

Al-Khwarizmi reduziu as equações de segundo grau a seis tipos canônicos.

- $ax^2 = bx$  (quadrado igual a uma raiz);
- $ax^2 = c$  (quadrado igual a um número);
- $bx = c$  (raiz igual a um número);
- $ax^2 + bx = c$  (quadrado e raiz igual a um número);
- $ax^2 + c = bx$  (quadrado e número igual a uma raiz);
- $bx + c = ax^2$  (raiz e número é igual a um quadrado).

A classificação nessas categorias se fazia necessária pois não se admitiam equações com coeficientes negativos. Para cada um desses tipos, o método de solução foi apresentado através de exemplos. Nesses cálculos, duas operações básicas foram usadas:

- **al-jabr** (complemento ou restauração), que consistia em transpor os termos subtraídos para o outro lado da equação.
- **al-muqabalah** (redução ou balanceamento), que consistia no cancelamento de termos iguais dos dois lados da equação.

### Exemplo

A equação  $2x^2 + 10x - 30 = x^2 + 9$ , por **al-jabr**, se transforma em  $2x^2 + 10x = x^2 + 39$ , que por sua vez, se transforma em  $x^2 + 10x = 39$  por **al-muqabalah**.

Na ausência de um aparato simbólico, a equação foi resolvida por al-Khwarizmi por intermédio de argumentos geométricos:

- 1º) Soma 25 unidades aos membros da equação para obter  $x^2 + 10x + 25 = 39 + 25$ , ou seja,  $x^2 + 10x + 25 = 64$ .
- 2º) A equação obtida é equivalente à  $(x + 5)^2 = 8^2$ .
- 3º) Ao se extrair a raiz quadrada de ambos os membros, atinge-se  $x + 5 = 8$ , donde, novamente por **al-muqabalah**, tem-se que  $x = 3$ .

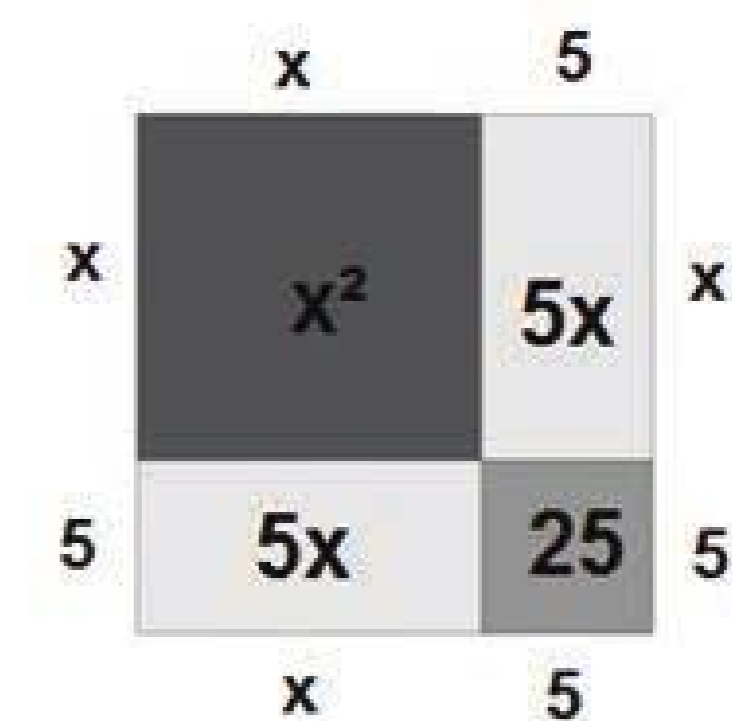


Figura 5: Justificativa geométrica de que  $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$  usada por al-Khwarizmi

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O principal objetivo tanto da Casa da Sabedoria quanto das mais relevantes obras de al-Khwarizmi era ensinar os rudimentos da aritmética, úteis para decidir heranças, partilhas, conflitos jurídicos e comerciais, medições de terras, construção de canais, etc. Tratava-se de um trabalho vocacionado para as aplicações práticas. A Álgebra de al-Khwarizmi ocorre como um utensílio para resolver problemas da vida cotidiana do seu tempo.

## Referências

- [1] Rogério S MOL. Introdução à história da matemática, editora caed-ufmg, belo horizonte, 2013. 138 p, 2017.
- [2] Carlos Pereira dos SANTOS, João Pedro NETO, and Jorge Nuno SILVA. Al-khwarizmi + alquerque, vol 9. *Jogos Com História. Público*, 2007.